실험 시험

실험 문제

공이 바닥에서 튀어 오를 때의 반발 계수를 측정하라.

이론. 공과 지구의 충돌에서 지구의 질량은 무한대로 간주할 수 있다. 비탄성 충돌에서는 운동 에너지가 보존되지 않는다. 공이 바닥에 도달할 때의 속도를 V, 충돌 직후 튀어 오르는 속도를 v라 하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{2}mV^2 \geq \frac{1}{2}mv^2$$

등호는 탄성 충돌에 해당한다.
따라서

$$V^2 \geq v^2 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{v}{V}\right)^2 = \varepsilon^2 \leq 1$$

충돌 전 속력에 대한 충돌 후 속력의 비를 비탄성 충돌의 *반발 계수*로 정의한다.

$$\varepsilon = \frac{v}{V} \leq 1$$

높이 H에서 공을 놓으면 처음 바닥에 닿을 때까지 걸리는 시간은 다음과 같다.

$$t_0 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

첫 번째 충돌 직전 공의 속도는 다음과 같다.

$$v_0 = gt_0$$

첫 번째 충돌 직후 공의 속도는 다음과 같다.

$$v_1 = \varepsilon v_0$$

공을 놓은 뒤 두 번째, 세 번째, …, n번째 충돌까지의 시간을 각각 t_1 , t_2 , ... , t_{n-1}라 하자.
첫 번째 충돌과 두 번째 충돌 사이의 시간은

$$\Delta t_1 = t_1 - t_0 = \frac{2v_1}{g} = \varepsilon\frac{2v_0}{g} = 2t_0\varepsilon$$

두 번째 충돌 직후 공의 속도는

$$v_2 = \varepsilon v_1 = \varepsilon^2 v_0$$

두 번째 충돌과 세 번째 충돌 사이의 시간은

$$\Delta t_2 = t_2 - t_1 = \frac{2v_2}{g} = \varepsilon^2 \frac{2v_o}{g} = 2t_0\varepsilon^2$$

이 과정을 계속하면 다음을 얻는다.

$$\Delta t_n = t_n - t_{n-1} = 2t_0\varepsilon^n$$

따라서 연속한 두 충돌 사이의 시간은 이론적으로 반발 계수의 *n*제곱에 비례한다.
여기서 *n*은 첫 번째 충돌 이후의 충돌 횟수이다.

주의: 항상 팔을 뻗어 도달할 수 있는 가장 높은 곳에서 공을 놓아라.
이렇게 하면 매번 낙하 높이의 상대 오차가 시간 측정의 상대 오차보다 작아 무시할 수 있다.