제IX회 이베로아메리카 물리 올림피아드

사우바도르, 2004년 9월

1 실험 I: 점성 측정과 스토크스 법칙

1.1 목적

유체(자동차 윤활유) 속에서 움직이는 물체에 작용하는 점성 저항을 조사한다.

1.2 서론

유체 역학은 관 속 유체의 운동이나 유체 속 물체의 운동을 연구한다. 일반적으로 고체와 유체의 상대 운동은 속력이 작을 때만 간단히 기술할 수 있다. 이 경우 유체가 매우 얇은 층들이 서로 미끄러지는 것처럼 흐르므로 층류라고 한다. 실제 유체에서는 층 사이에 마찰이 있다. 층의 모양은 문제의 대칭성에 따라 정해진다. 층류에서는 점성 계수 η를 정의할 수 있다.

1850년 G. G. 스토크스는 점성 계수 η인 무한한 매질 속에서 반지름 r인 구가 속도 $\vec{v}$로 움직일 때, 층류에서의 저항력이 다음과 같음을 보였다.

$$\vec{F}_S = -6\pi\eta r\vec{v}. \tag{1}$$

벽이 가까우면 무한 매질의 가정이 성립하지 않아 스토크스 법칙 (1)을 보정해야 한다. 길이 H, 안쪽 반지름 $R > r$인 원통의 축을 따라 구가 낙하할 때, R. 라덴부르크, O. 에머슬레벤 및 H. 팍센이 구한 보정된 저항력은 $\vec{F}_S = -6\pi\eta\lambda r\vec{v}$,

여기서 속력이 작고 $R \gg r$, $H \gg r$인 근사에서는 다음과 같다.

$$\lambda = \left(\frac{1 + 3,3\left(\frac{r}{H}\right)}{1 - 2,104\left(\frac{r}{R}\right) + 2,09\left(\frac{r}{R}\right)^3} \right) .$$

1.3 문항

구가 원통의 축을 따라 수직으로 낙하한다고 하자. 무게, 점성 저항 및 부력을 포함한 알짜힘에 뉴턴 제2법칙을 적용하여 운동 방정식을 써라. 점성 저항 때문에 구의 속력은 종단 속력 v_{lim}에 빠르게 접근한다. 이 속력이 다음과 같음을 보여라.

$$v_{\text{lim}} = \frac{2(\rho_{\text{esf}} - \rho)}{9\eta\lambda} g r^2 ,$$

여기서 ρ_{esf}는 구의 밀도이고 g는 중력 가속도이다.

1.4 실험

1.4.1 기구

자동차 윤활유 약 1리터가 든 눈금 실린더, 지름 1,5 mm, 2,0 mm, 2,5 mm, 3,0 mm인 금속 구 각 5개씩 총 20개, 초시계, 눈금자, 접착테이프 및 모눈종이. 기름의 밀도는 0,89 $\mathrm{g/cm^3}$, 구의 밀도는 $7,8 \pm 0,1$ $\mathrm{g/cm^3}$, 실린더의 안지름은 $60,5 \pm 0,5$ mm이다. $g = 9,8$ $\mathrm{m/s^2}$로 하라.

1.4.2 측정과 분석

1. 구가 가능한 한 실린더 축 가까이에서 떨어지게 하며 여러 지름의 구에 대해 종단 속력을 측정하라. 방법을 자세히 설명하고 측정 오차를 추정하라.

2. 모눈종이에서 구의 반지름 r에 따른 v_{lim}의 관계를 조사하라.

3. 기름의 점성 계수 η를 구하고 측정 오차를 추정하라.

4. 유체의 운동 상태는 레이놀즈수라는 무차원 매개변수로 판단할 수 있다. 이 경우 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathcal{R} = \frac{2r\rho v_{\mathrm{lim}}}{\eta}, \tag{2}$$

여기서 ρ는 유체의 밀도이다. $\mathcal{R} \ll 1$이면 층류 근사가 타당하다. 사용한 각 구의 실험에 대해 층류 조건을 확인하라.