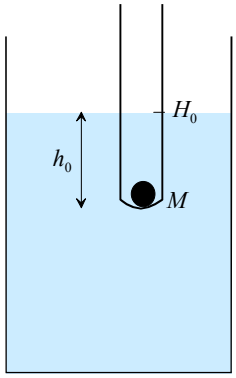
실험 1: 주정용 비중계

풀이 예:

실험 장치의 구성:



실험을 시작할 때나 진행하면서 다음 사항을 고려한다.

M = 관의 질량 + 관을 수직으로 평형시키는 데 필요한 추가 질량.
$V_0 = h_0\ \pi\ r^2$은 질량 M일 때 평형 상태에서 잠긴 시험관의 부피이다.
r은 시험관 단면의 바깥 반지름, h_0는 잠긴 부분의 길이이다.

평형 상태에서는 시험관 전체의 무게와 액체의 부력이 같다.

$$P = I$$

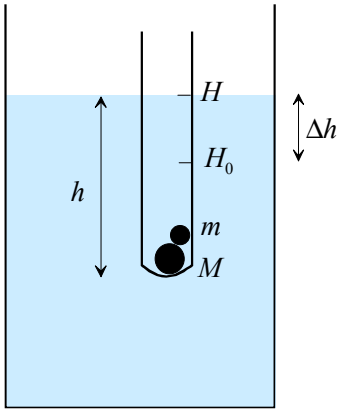
또는

$$M g = V_0 \rho_L g$$

여기서 ρ_L은 액체의 밀도, g는 중력 가속도이다. 따라서

$$M = V_0 \rho_L$$

질량 m을 추가하면 시험관이 더 잠겨 새로운 평형 위치에 도달한다.



새로운 평형 위치에서:

$$(M + m)\, g = V\, \rho_L\, g$$
$$M + m = V_0\, \rho_L + \Delta V\, \rho_L$$
$$m = \Delta V\, \rho_L$$

조건 $\Delta V = \pi\, r^2\, \Delta h$ 에서

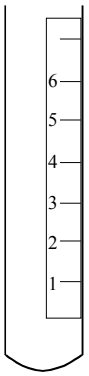
$$m = \pi\, r^2\, \Delta h\, \rho_L$$

$$\boxed{\Delta h = \frac{1}{\rho_L\, \pi\, r^2}\, m}$$

추가한 질량과 잠긴 깊이 사이의 비례 상수는 액체의 밀도와 시험관 단면의 반지름에 따라 정해진다.

A) 정적 방법

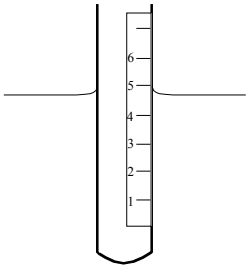
1 - 잠긴 깊이를 읽을 수 있도록 눈금을 표시한 모눈종이를 시험관 안에 넣었다.



모눈종이를 넣은 시험관 질량: M_{tubo} = 78,8 g ± 0,1g 넣은 납 구슬 수 = 80 추가한 납의 질량: 80 × (0,88 g ± 0,01 g) = 70,4 g ± 0,8 g 시험관과 납의 전체 질량:

M = (78,8 g ± 0,1 g) + (70,4 g ± 0,8 g) = 149,2 g ± 1,7 g
M = 0,1492 kg ± 0,0017 kg

시험관 지름(캘리퍼스): d = 29,70 mm ± 0,05 mm 시험관 반지름: r = 14,85 mm ± 0,03 mm r = 0,01485 m ± 0,00003 m 질량 M일 때 잠긴 깊이: h_0 = 11,9 cm ± 0,1 cm. h는 항상 메니스커스의 위쪽에서 읽었다.



2 - 추가한 질량에 따른 잠긴 깊이를 구하기 위해 구슬을 한 번에 10 개씩 넣고 평형에서의 깊이를 기록하였다. 결과는 다음 표와 같다.

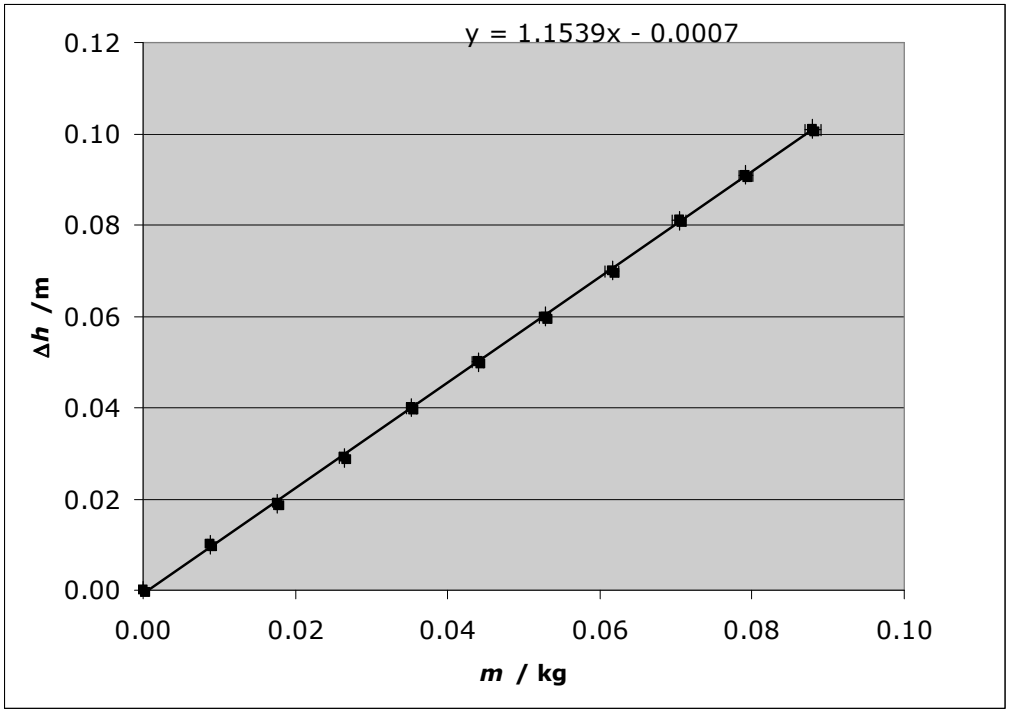
추가한 납 구슬 수	깊이 ***h*** **/cm (± 0,1 cm)**
0	11,9
10	10,9
20	10,0
30	9,0
40	7,9
50	6,9
60	5,9
70	4,9
80	3,8
90	2,8
100	1,8

다음 표에 측정값, 추가한 전체 질량 m, 높이 변화 Δh를 나타냈다.

구슬 수	$m \times 10^3$ **/ kg**	***h*** **/ m (± 0,001 m)**	**Δ*h*** **/ m (± 0,002 m)**
0	0	0,119	0
10	8,80 ± 0,03	0,109	0,010
20	17,60 ± 0,05	0,100	0,019
30	26,40 ± 0,05	0,090	0,029
40	35,20 ± 0,06	0,079	0,040
50	44,00 ± 0,07	0,069	0,050
60	52,80 ± 0,08	0,059	0,060
70	61,60 ± 0,08	0,049	0,070
80	70,40 ± 0,09	0,038	0,081
90	79,20 ± 0,09	0,028	0,091
100	88,0 ± 0,1	0,018	0,101

3 - 다음 그림에 측정 결과와 오차를 나타냈다. 질량 오차(Δm)는 작아 각

점 기호 안에 포함된다. 측정점에 가장 잘 맞는 직선의 방정식도 표시하였다.



직선의 기울기는 m = 1,154 m kg^{-1}이다. 따라서,

$$1{,}154 = \frac{1}{\rho_L \pi r^2}$$

액체의 밀도는 ρ_L =1/(1,154 π r^2)이다. 알려진 값을 대입하면:

$$\rho_L = 1251 \text{ kg m}^{-3}$$

4 - 선형 회귀에서 기울기의 오차를 제시하지 않으므로 그래프의 두 점 (x,y) = (0,0352; 0,040), (0,088; 0,101)에서 기울기를 계산하여 오차를 추정한다.

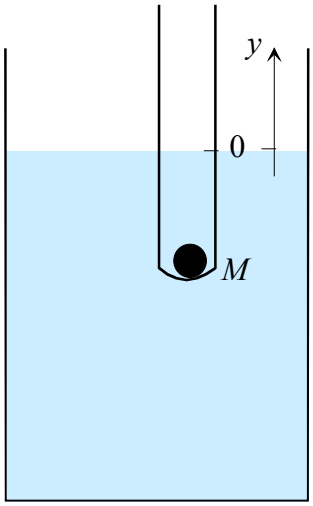
$$m = \frac{(0{,}101 \pm 0{,}002) - (0{,}041 \pm 0{,}002)}{(0{,}088 \pm 0{,}002) - (0{,}035 \pm 0{,}002)} = 1{,}15 \pm 0.06$$

이 오차를 사용하여 액체의 밀도를 다시 구한다.

ρ_L =1/[1,154±0.06 × 3.1416 × (0,01485^2)±4x10^{-5}] = (**1251 ± 211) kg m^{-3}**

B) 동적 방법

5 - 시험관과 납의 질량이 일정할 때 시험관을 평형 위치에서 수직으로 옮기면 부력이 변하여 복원력 $F = -\Delta V\ \rho_L\ g$가 생긴다.



앞 식의 음의 부호에 따라 시험관이 잠길 때 $\Delta V < 0$ $(y < 0)$, $F > 0$이며, $y > 0$이면 반대가 된다. ΔV를 시험관 반지름과 y로 나타내면:

$$F = -(\pi r^2 y)\,\rho_L\, g$$
$$F = -(\pi r^2 \rho_L\, g)\, y$$

이는 $F = -k\,x$ 꼴의 탄성력이며,

$$k = \pi r^2 \rho_L\, g$$

진동의 각진동수는 $w = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{k}{M}}$이며, M은 진동하는 시험관과 납의 전체 질량이다. 주기는 다음과 같다.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{\pi r^2 \rho_L g}}$$

r, g, M은 알려져 있으므로 T를 측정하면 ρ_L을 구할 수 있다.

$$\rho_L = \frac{4\pi M}{T^2 r^2 g}$$

6 - 시험관을 수직으로 세우기 위해 납 구슬 100개를 넣었다.

시험관과 납 구슬의 전체 질량: M = 166,8 g ± 0,1 g

T를 측정하려면 시험관을 수직으로 눌러 잠기게 한 뒤 놓으면서 초시계를 작동시킨다. 5회 진동에 걸린 시간을 기록한다. 결과는 다음 표와 같다.

진동 횟수	시간 (/s)	T (/s)
5	4,72	0,944
5	4,62	0,924
5	4,69	0,938
5	4,53	0,906
5	4,53	0,906
5	4,69	0,938
5	4,53	0,906
5	4,61	0,922
5	4,52	0,904

평균과 표준편차를 구하면:

$$T = 0{,}92\ \text{s} \pm 0{,}02\ \text{s}$$

이 오차는 통계적 변동만 포함하며, 계통 오차도 있을 수 있다.

7 -

액체의 밀도와 주기 T의 관계식 $\rho_{\text{L}} = \dfrac{4\pi M}{T^2 r^2 g}$,에

알려진 값을 대입하면

$$\rho_{\text{L}} = \frac{4 \times \pi (0{,}1668 \pm 0{,}0001)}{(0{,}92 \pm 0{,}02)^2 \times (0{,}01485 \pm 0{,}00003)^2 \times (9{,}81 \pm 0{,}01)}$$

$$\boxed{\rho_{\text{L}} = (1143 \pm 185)\ \text{kg m}^{-3}.}$$

액체 밀도의 두 측정값은

A) 1251 kg m^{-3} ± 211 kg m^{-3} 와 **B) 1143 kg m^{-3} ± 185 kg m^{-3},**

실험 오차 범위 안에서 일치한다.

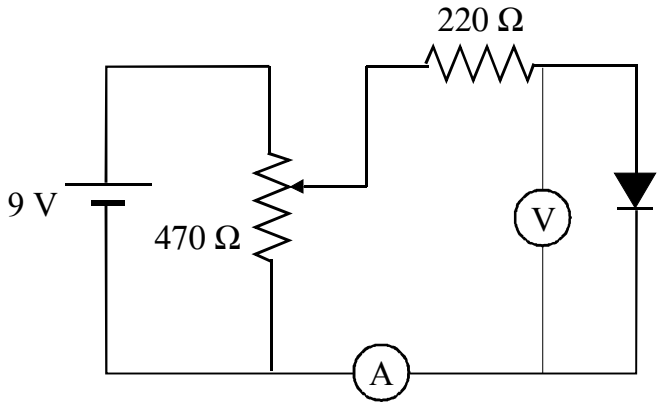
두 번째 방법에서는 물의 점성을 고려하지 않았다. 이에 따라 두 효과가 생긴다. (1) 실제 관측처럼 운동은 단순 조화 운동 대신 감쇠 진동이 된다. (2) 일부 물도 함께 진동하므로 시험관의 질량 M에 유효 질량이 추가된다. 더 큰 보정 질량이 아니라 측정한 M을 사용하였으므로 이 방법으로 구한 밀도는 참값보다 작아야 한다.

실험 2: 발광 다이오드(LED)와 플랑크 상수

풀이 예

저항을 측정하여 220 Ω 저항과 11,4 kΩ 저항을 구별하여야 한다.

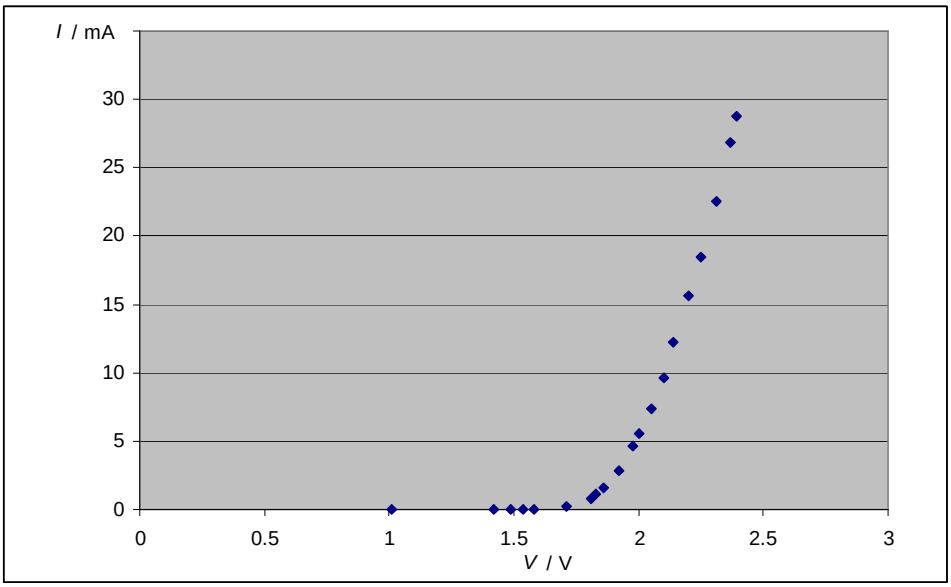
A) 1 - 가변저항을 분압기로 사용하여 그림과 같이 회로를 구성한다.



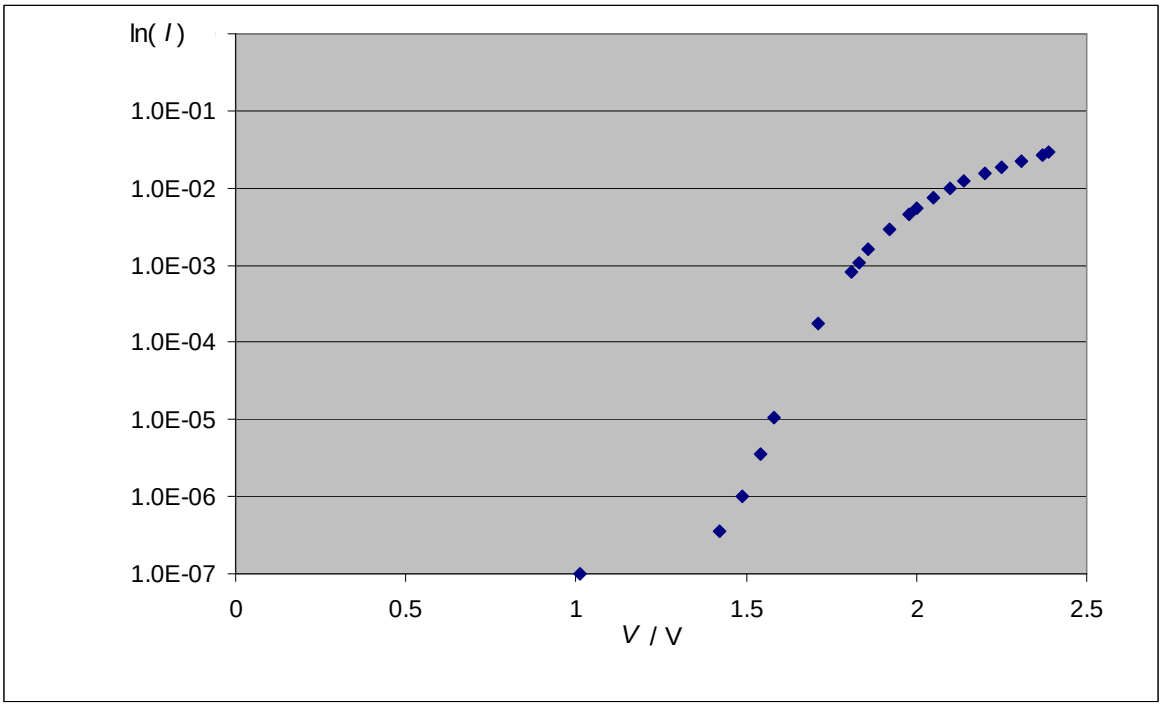
2 - 빨간 LED의 특성 곡선:
이 회로에서 가변저항으로 빨간 LED의 전압을 바꾸며 전류 *I*와 단자 전압 *V*를 기록하였다. 암페어로 나타낸 전류의 로그값도 함께 제시하였다
.

***V* / V**	***I* / mA**	**ln *I***
1,01	0,00010	-16,118
1,42	0,00035	-14,865
1,49	0,00102	-13,796
1,54	0,00365	-12,521
1,58	0,01065	-11,450
1,71	0,17180	-8,669
1,81	0,82400	-7,101
1,83	1,09500	-6,817
1,86	1,63700	-6,415
1,92	2,85000	-5,860
1,98	4,64000	-5,373
2,00	5,50000	-5,203
2,05	7,37000	-4,910
2,10	9,67000	-4,639
2,14	12,23000	-4,404
2,20	15,58000	-4,162
2,25	18,42000	-3,994
2,31	22,50000	-3,794
2,37	26,90000	-3,616
2,39	28,80000	-3,547

이 값들을 그래프로 나타내면:

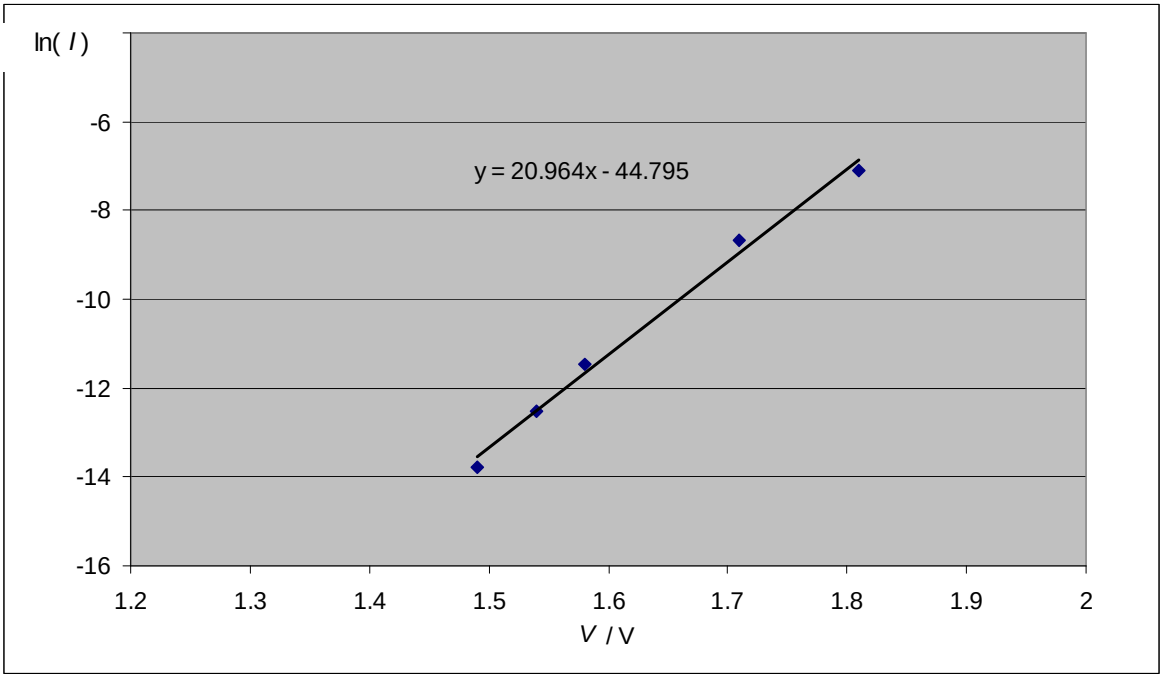


특성 곡선은 다음과 같이 반로그 그래프로도 나타낼 수 있다.



세로축이 로그 눈금이므로 주어진 식에 따르면 일정 전압 이상에서 직선이 나타나야 한다. 약 1,5~1,8 V에서 이 선형 구간이 나타난다. ~1,8V 이상에서는 기울기가 변하는데, 다이오드가 이 식이 유효하지 않은 다른 상태인 저항 지배 영역에 들어가기 때문이다.

3 - 이론식이 성립하는 선형 영역의 점들(표에 표시됨)로 η 와 I_0를 구한다. 이 점들로 다음 그래프를 얻는다.



측정점에 가장 잘 맞는 직선($y = m\ x + b$)으로부터 η 와 I_0를 얻는다. 이 식에서

$$I = I_0\ \mathrm{e}^{\frac{eV}{\eta\, k_\mathrm{B} T}}$$

로그를 취하면

$$\ln(I) = \ln(I_0) + \frac{e}{\eta\, k_\mathrm{B} T} V$$

다음을 얻는다.

$$b = \ln(I_0) \qquad m = \frac{e}{\eta\, k_\mathrm{B}\, T}$$

따라서:

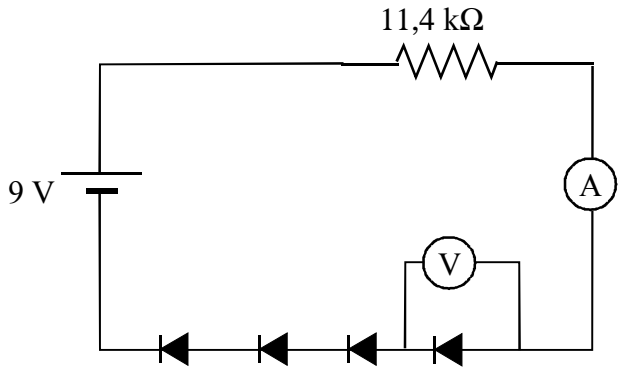
$$I_0 = \mathrm{e}^{b}$$

$$\eta = \frac{e}{m\, k_\mathrm{B}\, T}$$

즉, 선형 회귀에서 구한 기울기와 절편을 사용하면

$$I_0 = 3{,}5 \times 10^{-20}\ \mathrm{A} \qquad \eta = 1{,}9$$

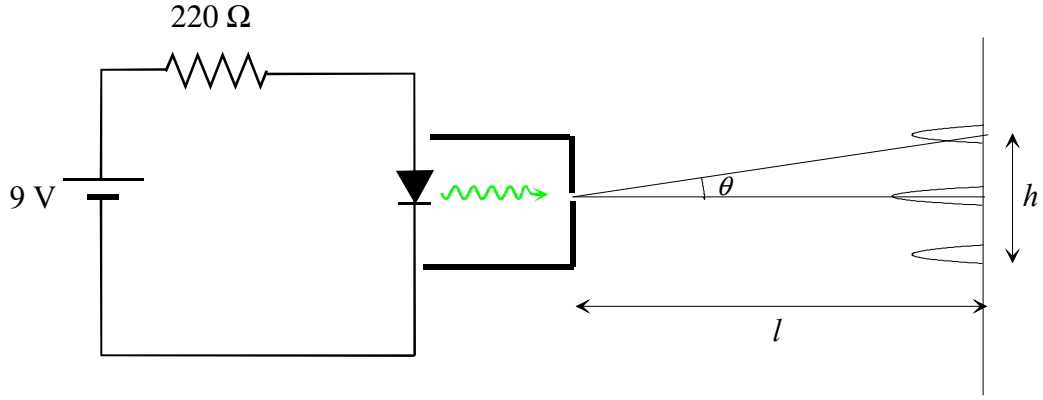
4 - LED의 직렬 연결:



각 LED의 전류는 I = 118 μA이다. 다음 표에 각 LED의 단자 전압, 방출광의 파장과 진동수를 나타냈다.

LED	λ / nm	ν / Hz	V /V
적외선	950	3,16E+14	1,178
빨강	630	4,76E+14	1,755
초록	??	??	2,359
파랑	470	6,38E+14	2,475

B) 초록 LED의 파장 결정:
5) 초록 LED와 220 Ω 저항을 전지에 직렬로 연결하였다.



그림처럼 검은 관과 회절격자를 놓고 거리 l만큼 떨어진 곳에 A3 종이 스크린을 놓았다. 중앙 극대의 양쪽에 있는 첫 번째 회절 극대 사이의 거리를 h라 하자.

결과: l = 0,278 m ± 0,002 m h = 0,350 m ± 0,005 m d = 1/1000 mm = 1×10^{-6} m(주어진 값)

θ의 값은 다음과 같다.

$$\theta = \arctan\left(\frac{h}{2l}\right), \qquad \theta = 0{,}56 \pm 0{,}02 \text{ rad}$$

식(n = 1)에서

$$d \sin\theta = \lambda$$

다음을 얻는다.

$$\lambda = 533 \text{ nm} \pm 20 \text{ nm}$$

회절격자의 선 간격 d의 오차는 무시할 수 있다고 가정하였다.

C)
6 -

초록 LED 진동수: $\nu = \frac{c}{\lambda} = 5{,}62 \times 10^{14}$ Hz . 전류가 3개의 LED에서 모두 같으므로 다음 식이 성립한다.

$$W = E_f + k$$

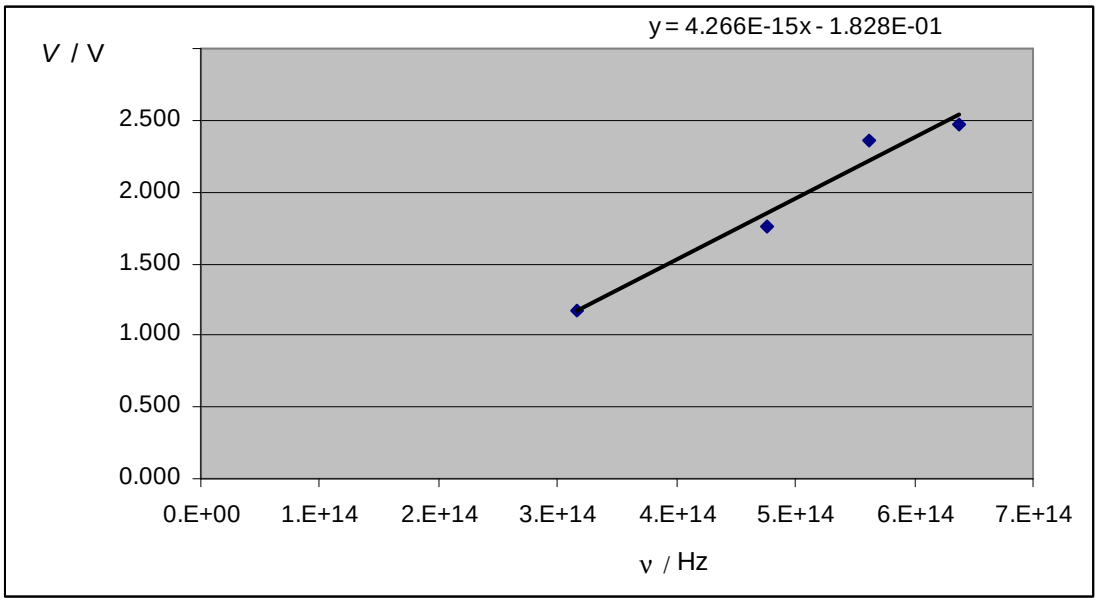
따라서

$$eV = h\nu + k$$

또는 동등하게

$$V = \frac{h}{e}\nu + k$$

다음 그래프는 LED 네 개에서 측정한 V를 진동수 ν의 함수로 나타낸 것이다.



점들에 가장 잘 맞는 직선의 기울기 m에서:

$$h = m\,e = (6{,}83 \pm 0{,}89) \times 10^{-34}\ \mathrm{J\ s}$$

측정값은 문헌값보다 약 3% 크지만 차이는 실험 불확도 범위 안에 있다.