표면 장력의 감소와 생태계

서론

표면 장력은 유체의 분자 간 상호작용과 관련된 물리·화학적 현상이다. 두 유체의 경계면에서 에너지가 증가하기 때문에 발생한다. 이 계는 에너지가 가장 낮은 배치의 평형을 향해 가며, 경계면의 넓이를 줄이도록 모양을 바꾼다.

계면 활성제는 표면 또는 두 액체 사이의 표면 장력을 감소시키는 물질이다.

세제의 오염 효과는 고체 폐기물에서도 나타난다. 여러 폐기물이 더 쉽게 가라앉아 생태계를 파괴하고 생물이 사라지게 할 수 있다. 인간의 폐기물로 인한 바다거북과 펭귄의 문제가 논란의 사례이지만, 물론 이것이 유일한 원인은 아니다.

따라서 이 실험에서는 표면 장력의 특별한 성질인 **모세관 현상**을 이용해 물속 비누 농도의 영향을 살펴본다. 유체가 모세관을 타고 올라가는 것은 표면 장력 때문이다. 표면 장력은 유체의 응집력에 의존하며, 가는 관을 따라 유체가 올라가거나 내려가게 한다.

액체 분자 사이의 응집력이 액체와 관 재료 사이의 부착력보다 작으면 액체는 표면을 적시며 모세관을 따라 올라간다. 표면 장력이 관 속 액체의 무게와 평형을 이룰 때까지 올라간다(그림 1). 물이 그 예이며, 이 성질은 식물이 중력을 이기기 위한 에너지를 쓰지 않고 물을 올리는 과정을 부분적으로 조절한다. 표면 장력이 감소하면 이 성질이 달라지므로 생물도 영향을 받는다.

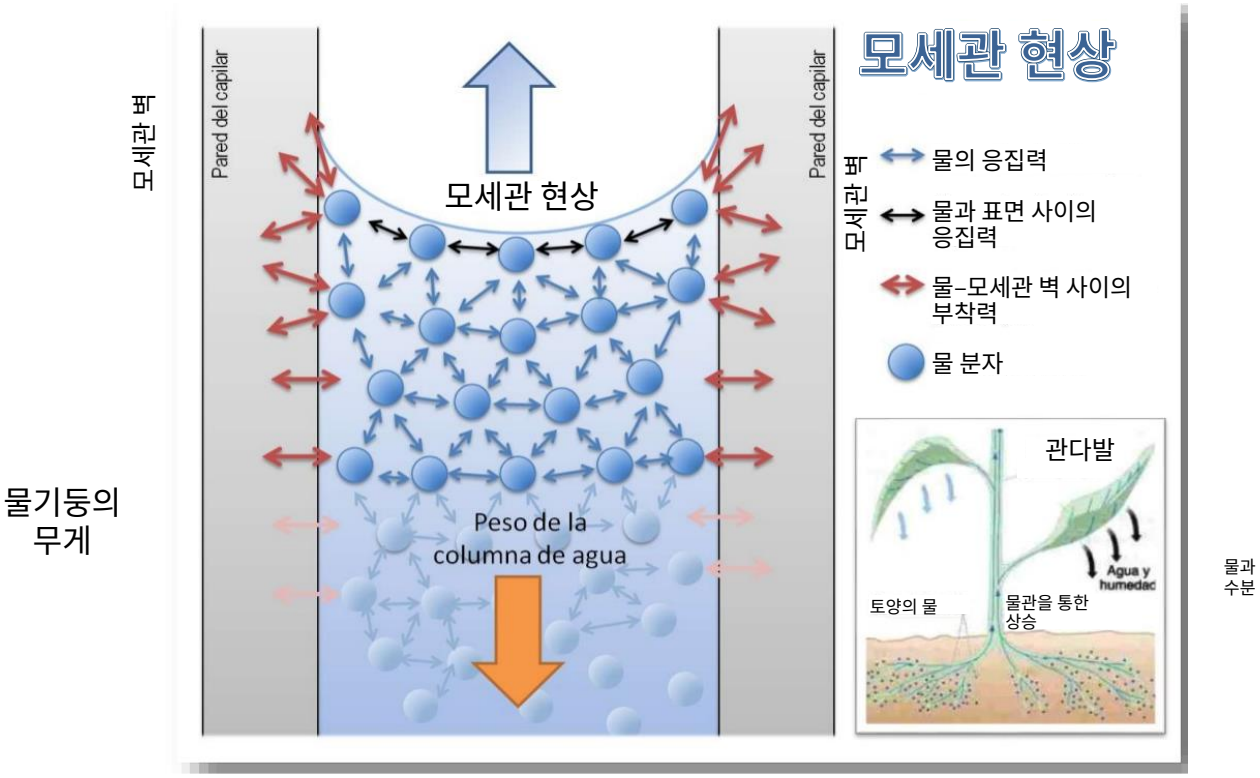


그림 1: 모세관 벽과 식물에서 작용하는 표면 장력의 힘 도식.

유리관을 용액에 담갔다가 빼내어 모세관 현상으로 표면 장력을 측정할 수 있다. 관에 남은 액체 기둥의 높이로부터 표면 장력 계수 σ를 구할 수 있다.

관 속 액체의 평형 조건은 다음과 같다:

$$\frac{2\sigma}{r} = \rho g h \tag{1}$$

여기서 ρ는 액체 밀도, r은 모세관 반지름이다. 이 조건으로부터 다음 식을 이용하여 표면 장력 계수 σ를 구한다:

순수한 물의 밀도와 표면 장력 계수를 ρ_0 , σ_0, 관 속 순수한 물의 높이를 h_0라 하자. 그러면 다음 식으로 비눗물의 표면 장력 계수를 계산할 수 있다:

$$\sigma = \sigma_0 \frac{\rho h}{\rho_0 h_0} \tag{2}$$

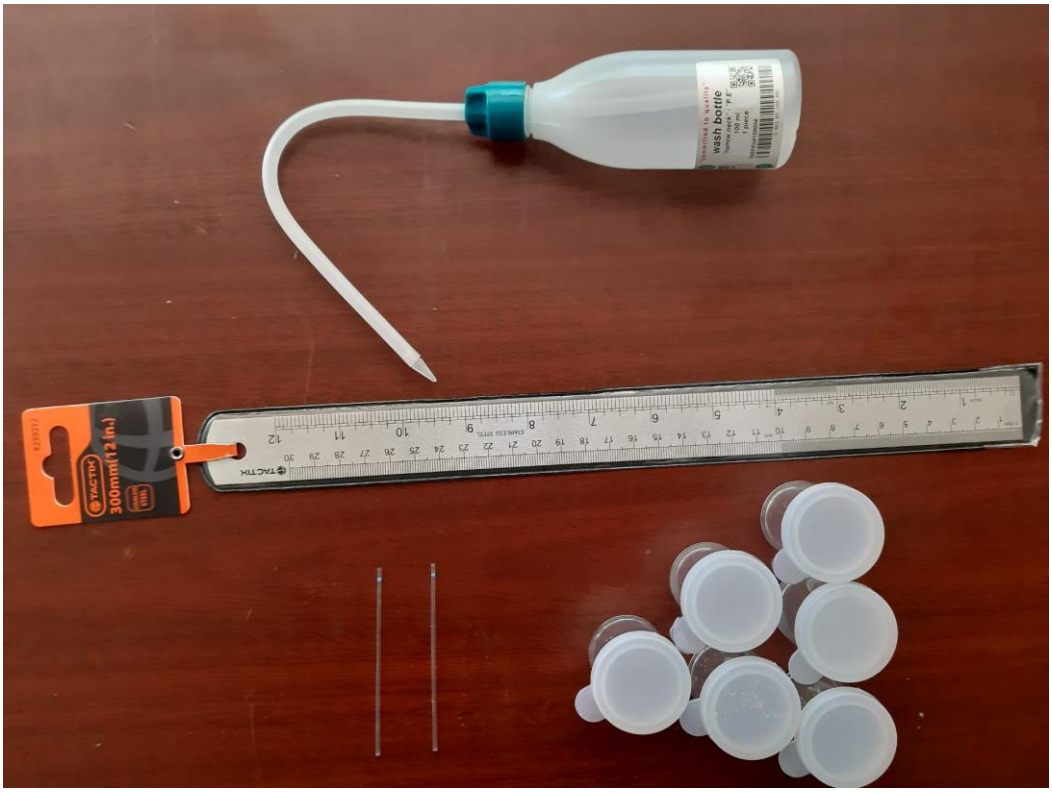
물속 비누의 성질과 매우 낮은 비누 농도를 고려하여 용액의 밀도가 일정하다고 근사한다. 따라서:

$$\sigma = \sigma_0 \frac{h}{h_0} \tag{3}$$

대기압, 온도 (25 ± 2) °C에서 $\sigma_0 = 72.75 \times 10^{-3}$ N/m, $h_0 = (2.60 \pm 0.05)$ cm이다.

준비물

- 모세관 2개
- 농도가 서로 다른 비눗물 용액 7병
- 눈금자
- 세척병 또는 작은 공기 펌프 1개
- 모눈종이



A부. 농도 의존성

이 부분에서는 액체의 표면 장력과 계면 활성제 농도의 관계, 특히 비눗물의 표면 장력과 비누 농도의 관계를 살펴본다. 서로 다른 농도의 용액 7개가 준비되어 있다(표 A). 모세관을 이용하여 표면 장력을 계산하여라. 측정 과정:

1. 표시펜으로 관에 선을 그어 용액에 잠길 깊이를 표시하여라. 관의 파란색 띠를 기준으로 삼아도 된다.

2. 관을 용액에 넣고 흔들어 안쪽을 측정할 용액으로 적셔라. 꺼낸 뒤 세척병으로 불어 비워라. 각 용액에 적응시키도록 적어도 3번 반복하여라.

3. 관 위쪽 끝을 손가락으로 막고 용액에 담가라. 이렇게 하면 안에 기포가 모이지 않는다.

4. 관 끝을 열고 용액이 더 올라가지 않을 때까지 기다려라.
5. 관을 꺼내고 압력과 점성의 변화로 액체가 더 내려가지 않을 때까지 기다려라.

6. 같은 위쪽 끝을 막고 닿지 않게 조심하여 관을 자 가까이 가져간 뒤, 액체 기둥의 높이를 측정하여라.

<u>측정 전에 다음 권고 사항을 따라라:</u>

- 모세관 속 액체 기둥 높이에는 우연 오차가 있으므로 필요하다고 판단하는 만큼 반복 측정해야 한다.
- 매번 측정한 뒤 세척병(펌프)으로 불어 관 안에 방울이 남지 않게 하여라.

- 각 농도의 측정 전에 용액에 담갔다 불어 관을 그 용액에 적응시켜, 다른 농도의 방울이 남아 섞이지 않게 하여라.

- 셔츠로 관을 닦아 말리지 마라. 관이 깨질 수 있다.
- **주의:** 두 번째 관은 예비용이다. 관마다 특성이 다르다.

A. 1	농도와 모세관 높이 및 각각의 오차를 표로 정리하여라. 이 표를 표 A1 이라 하여라.	**2.5점**

A. 2	각 농도 c에 대한 표면 장력 계수 σ를 계산하고 그래프를 그려라.	**2점**

실험적으로 용액의 표면 장력은 비누 농도에 의존하므로 이 관계를 다음과 같이 나타낼 수 있다:

(4) $$\sigma = Ac^b$$

여기서 c는 비누 농도이고, A와 b는 구해야 할 매개변수이다.

A. 3	A.2의 그래프를 선형화하여라.	**2.0 점**

A. 4	매개변수 b와 그 불확도를 계산하여라.	**1.0 점**

B부. 실제 응용

통계의 장점 중 하나는 보간과 외삽을 통해 알려진 변수로부터 결과를 예측할 수 있다는 것이다. 여기서는 A부의 데이터를 이용해 농도를 모르는 비눗물 용액 X의 특성을 구한다.

B. 1	높이를 측정하여 용액 X의 표면 장력과 그 불확도를 구하여라.	**0.5점**

B. 2 A	부의 결과를 이용하여 용액 X의 농도와 그 불확도를 구하여라.	**2.0점**

표 A1

표 A

용액 C	(% m/v)
A	0.0021
B	0.0142
C	0.0383
D	0.0800
F	0.2507
H	0.8009

표면 장력의 감소와 생태계
해설

A부. 농도 의존성

A. 1 농도와 모세관 높이 및 각각의 오차를 표로 정리하여라. 이 표를 표 A1 이라 하여라. **2.5점**

표 A1 (1.5점)

C [gr/ml]	h1 [cm]	h2 [cm]	h3 [cm]	h4 [cm]	h5 [cm]	h 평균 [cm]	오차
0.0021	2.25	2.35	2.35	2.35	2.25	2.31	0.02
0.0142	2.00	1.85	1.80	1.80	1.75	1.84	0.04
0.0383	1.80	1.70	1.60	1.60	1.55	1.65	0.04
0.0800	1.75	1.55	1.50	1.45	1.45	1.54	0.06
0.2507	1.35	1.35	1.20	1.10	1.15	1.23	0.05
0.8009	1.15	1.10	1.10	1.05	1.00	1.08	0.03
1.6004	1.00	1.00	0.95	1.00	1.00	0.99	0.01

높이를 다섯 번 이상 측정한 평균으로 모세관 높이를 구한다.

각 농도에서 높이의 오차는 측정값 평균의 표준 오차로 구할 수 있다.

$$\Delta h = \sqrt{\frac{\sigma}{n}}$$

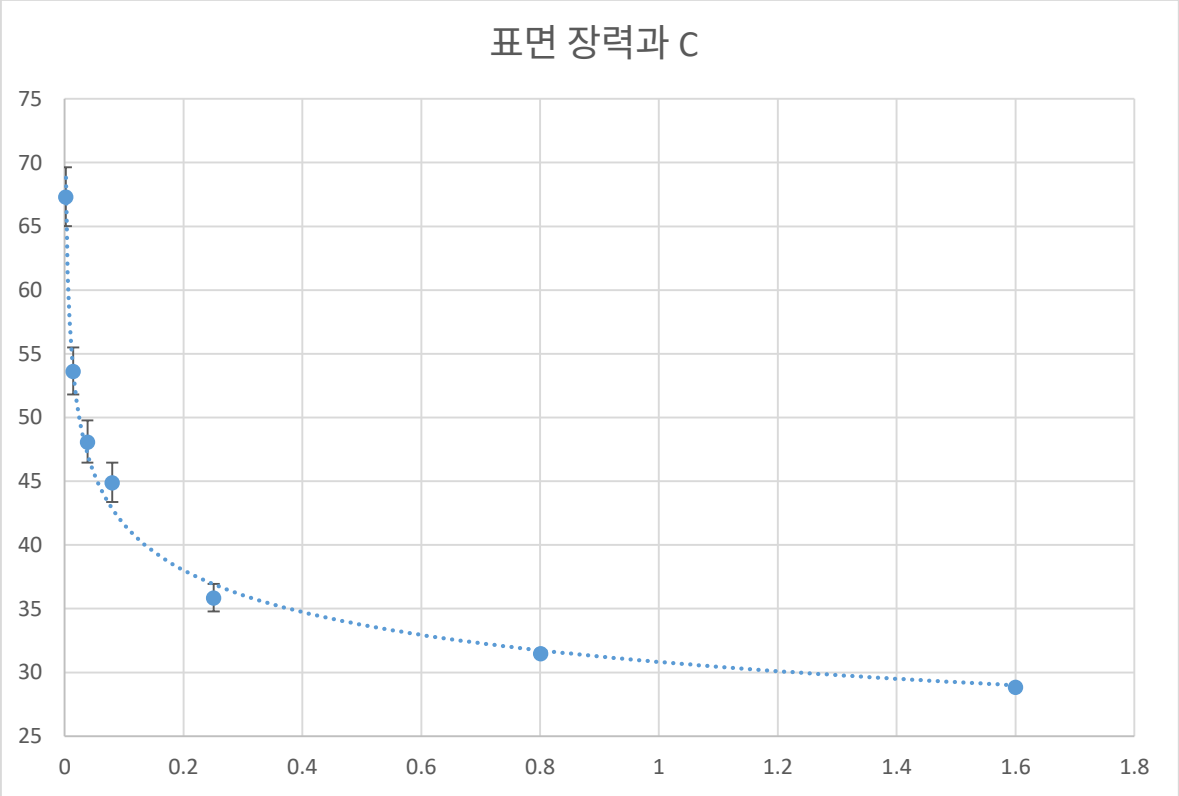
여기서 σ는 높이 표본의 표준 편차이다. (1.0점)

A. 2 각 농도 c에 대한 표면 장력 계수 σ를 계산하고 그래프를 그려라. **2점**

표 A2 (1.0점)

C [gr/ml]	h 평균 [cm]	오차	sigma (dyn /cm)
0.0021	2.31	0.02	67.30
0.0142	1.84	0.04	53.60
0.0383	1.65	0.04	48.07
0.0800	1.54	0.06	44.86
0.2507	1.23	0.05	35.83
0.8009	1.08	0.03	31.46
1.6004	0.99	0.01	28.84

(1.0점)

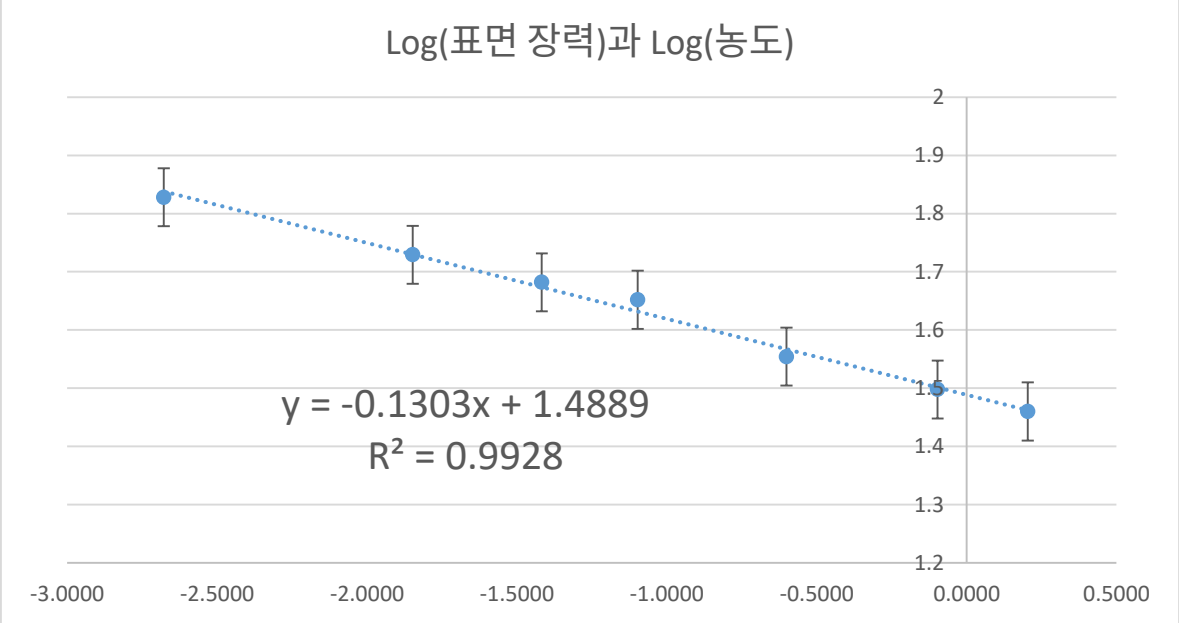


A. 3 A.2의 그래프를 선형화하여라. **2.0 점**

(1.0점)

C [gr/ml]	Log(C)	sigma (dinas/cm)	Log(sigma)
0.0021	-2.6778	67.306	1.83
0.0142	-1.8477	53.60	1.73
0.0383	-1.4168	48.07	1.68
0.0800	-1.0969	44.86	1.65
0.2507	-0.6008	35.83	1.55
0.8009	-0.0964	31.46	1.50
1.6004	0.2042	28.84	1.46

(1.0점)



A. 4 매개변수 b와 그 불확도를 계산하여라. **1.0 점**

A3의 그래프에서 기울기를 직접 측정하는 그래프 방법으로 구할 수 있다. (0.5점)

그래프에 최대 기울기와 최소 기울기를 그려 기울기의 불확도를 추정할 수 있다. (0.5점)

$$b = (-13.03 \pm 0.49) \times 10^{-2}$$

또는 최소제곱법으로 매개변수와 기울기의 표준 오차를 구할 수 있다. (0.5점)

$$b = \frac{cov(x,y)}{\sigma_x^2}$$

여기서 σ_x^2는 x의 분산이고, cov(x,y)는 x와 y의 공분산이다. (0.5점)

$$\Delta b = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}}$$

여기서 σ_y는 y 표본의 표준 편차이다.

B부. 실제 응용

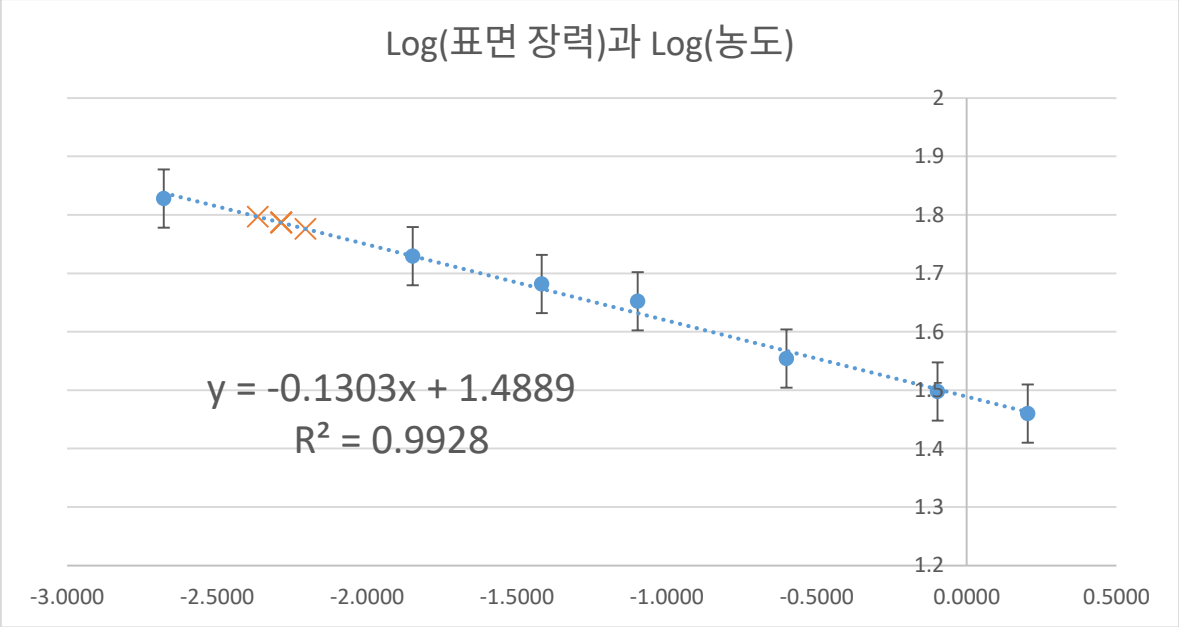
B. 1 높이를 측정하여 용액 X의 표면 장력과 그 불확도를 구하여라. **0.5점**

h1 [cm]	h2 [cm]	h3 [cm]	h4 [cm]	h5 [cm]	h 평균 [cm]	오차
2.15	2.1	2.1	2.05	2.1	2.1	0.01

모세관 높이를 여러 번 측정하여 평균을 구한다. (0.25점)

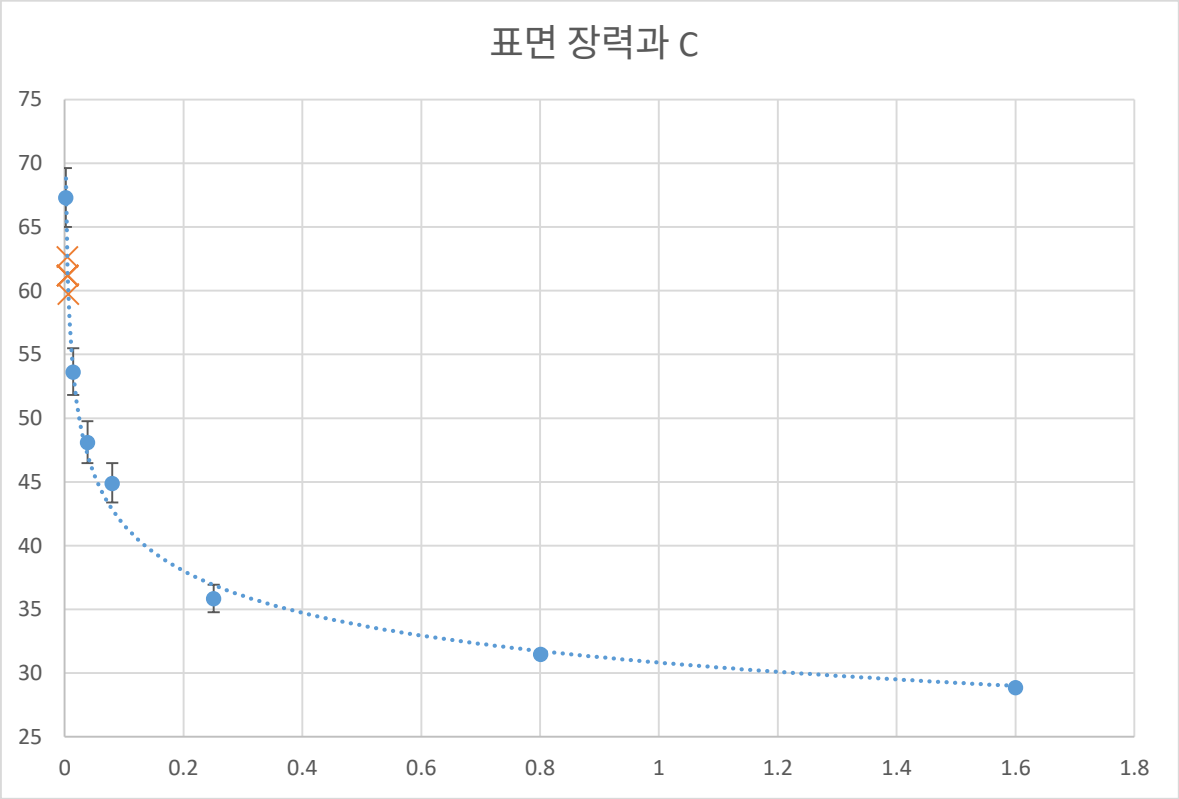
다시 평균의 표준 오차로 불확도를 구한다. (0.25점)

B. 2 A 부의 결과를 이용하여 용액 X의 농도와 그 불확도를 구하여라. **2.0점**



(1.0점)

용액	C (% m/v)
A	0.0021
B	0.0142
C	0.0383
D	0.0800
F	0.2507
H	0.8009
J	1.6004



$$C_x = (5.1 \pm 0.9) \times 10^{-3}\%(m/v)$$

(1.0점)

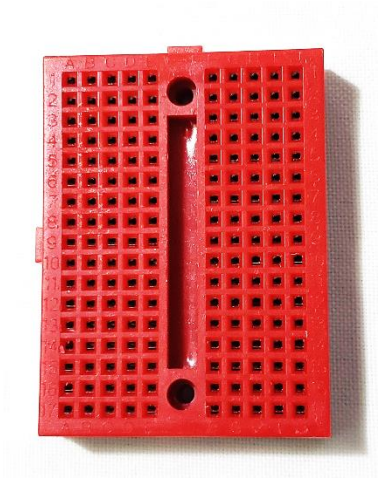
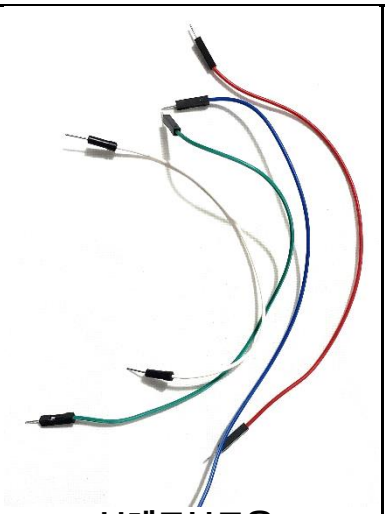
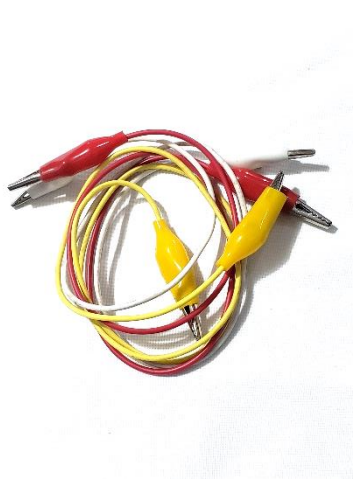
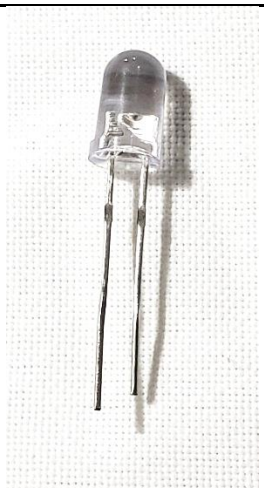
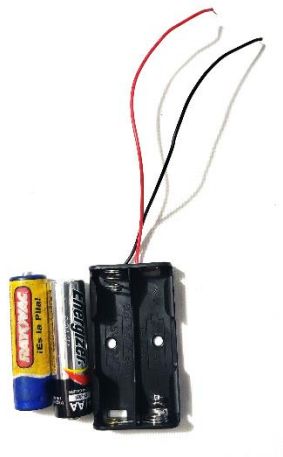
모든 농도를 포함하는 구간으로 오차를 추정한다.

XXIV OIbF Olimpiada Iberoamericana de Física 2019 - El Salvador

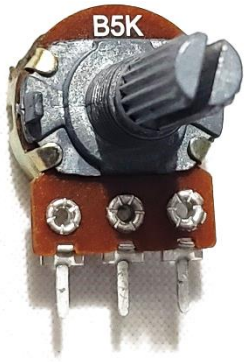
실험 시험 E-2

LED와 광저항의 특성 측정 (10 점)

준비물:

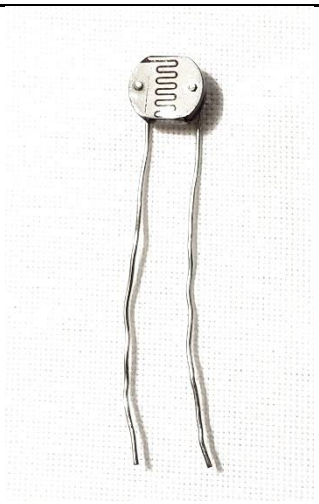
 브레드보드 또는 프로토보드.	 브레드보드용 연결선	 악어 집게 연결선.
 적색 LED.	 전지를 넣은 전지 홀더	 디지털 멀티미터 두 개

GOBIERNO DE EL SALVADOR
MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA
UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
Jóvenes Talento El Salvador
XXIV OIbF
Olimpiada Iberoamericana de Física



가변 저항 또는 가감 저항기

(전위차계).



광저항

이 실험의 브레드보드는 일반 제품과 달리 다섯 구멍으로 이루어진 행들이 두 열로 배치되어 있다. 각 행의 다섯 구멍은 내부적으로 서로 연결되어 있으며, 각 행은 다른 행과 독립적이다.

발광 다이오드(LED)는 기존 광원보다 효율이 열 배 이상 높고 강한 빛을 낼 수 있는 유망한 광원이다. 신호, 센서, 표시등에서부터 컴퓨터·모바일 기기 화면의 배경 조명, 일반 조명까지 다양하게 사용된다.

여러 색의 상용 LED는 에폭시 수지로 봉지되어 있으며, 빛을 내게 하는 전압 V를 공급할 두 단자가 나와 있다. 그림 1(a)와 같이 이 부품에는 극성이 있다.

효율적으로 빛을 내는 장치가 있으면 방출되는 빛의 세기를 추정하는 장치도 유용하다. 이를 위해 만들어진 초기 장치 중 하나가 광저항으로, 저항값이 입사하는 빛의 세기에 반비례한다. 광전도체, 광전

셀, 또는 빛 의존 저항(LDR)이라고도 한다. 구조는 그림 1(b)에 나타나 있다.

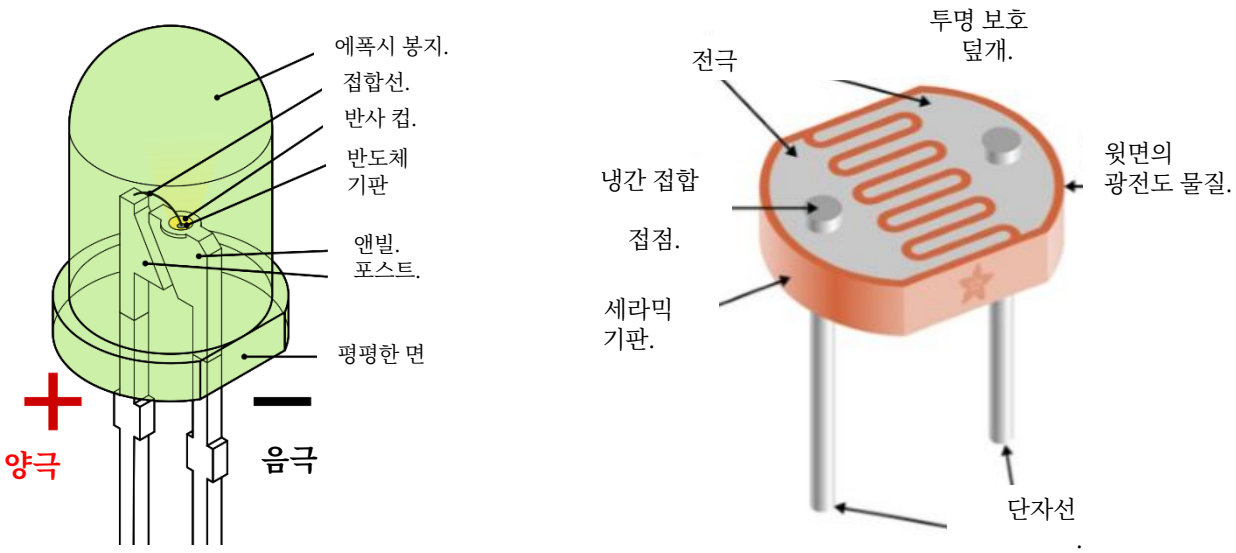


그림 2: (a) LED의 구성 요소와 연결선의 극성을 나타낸 도식 [1]. (b) 광저항의 구성 요소와 극성이 없는 단자를 나타낸 도식 [2].

A부: LED의 특성 곡선.

LED에 외부 전압을 가했을 때 흐르는 전류의 비선형 거동을 살펴본다. 다이오드 양단의 전위차와 흐르는 전류를 측정해야 한다. 먼저 제공된 부품으로 그림 3의 회로를 구성하되 표시된 극성을 지켜라.

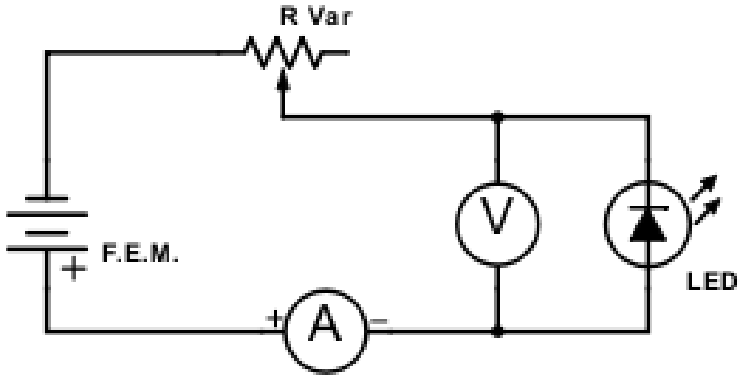


그림 3: A부의 연결 회로. 기전력 전원(표시된 극성), 전류계 A, LED(올바른 극성), 가변 저항 R Var가 직렬로 연결되어 있다. 전압계 V는 LED와 병렬이다.

장치를 조립하고 측정하기 전에 다음 권고 사항을 읽어라:

- 작업 장소가 건조하고 비누 잔여물이 없는지 확인하여라.
- 모든 부품을 연결하고 단락이 없는지 확인한 뒤 전지(기전력)를 연결하여라.

- 전류계는 민감하므로 전지 전류를 측정하려고 직접 연결해서는 안 된다. 내부 보호 장치인 퓨즈가 끊어져 전류를 측정할 수 없게 될 위험이 있다.

- 디지털 멀티미터가 요구된 물리량에 맞는 올바른 모드와 측정 범위로 설정되어 있는지 확인하여라.
- 측정이 끝나면 전지가 일찍 소모되지 않도록 전지를 분리하여라.

- 전위차계는 가운데 단자와 한쪽 끝 단자를 연결하면 가변 저항으로 작동한다. 반대쪽 단자는 연결하지 않아도 된다.

- 멀티미터는 가운데 선택 스위치에 따라 전압계나 전류계로 작동할 수 있다. 적절한 측정 범위를 고르는 데 주의하여라.

A. 1	LED에 흐르는 전류와 양단 전압의 표를 작성하여라. 통계 분석에 적절한 수의 측정값을 얻어라.	**2.0점**

전류와 전압의 관계는 실험적으로 다음 식으로 주어진다:

$$I = I_1 e^{\beta V} + I_0 \qquad (1)$$

. 따라서 전압과 전류는 다음 로그 관계를 갖는다:

$$V = V_1 \log(I) + V_0 \qquad (2)$$

A. 2	식 2의 매개변수 V_0, V_1과 각각의 불확도를 구하여라.	**3.0 점**

B부: LED를 이용한 광저항의 특성 측정.

광저항의 거동과 LED가 만드는 빛의 세기 사이의 관계를 살펴본다. 다이오드가 공급받은 전력을 효율적으로 변환하여 다음 관계에 따른 빛의 세기를 만든다고 가정한다:

세기 $\propto$ 전력 .

이 관계는 측정 범위 안에서 유효하다.

전위차계로 LED 전력을 바꿀 수 있으므로 세기가 변하는 광원을 이용해 빛의 세기와 광저항의 저항값 사이의 관계를 구할 수 있다. 그림 4의 회로를 구성하되 표시된 극성을 지켜라.

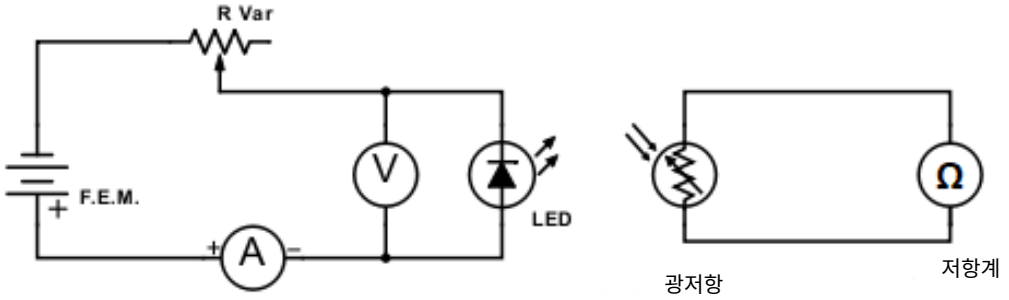


그림 4: B부의 연결 회로. 기전력 전원(표시된 극성), 전류계 A, LED(올바른 극성), 가변 저항 R Var가 직렬이다. 멀티미터는 저항계 모드로 광저항의 유효 저항을 측정한다.

장치를 조립하고 측정하기 전에 다음 권고 사항을 읽어라:

- 작업 장소가 건조하고 비누 잔여물이 없는지 확인하여라.
- 광저항을 LED 가까이 두어 주변 빛보다 주로 LED의 빛을 받게 하여라.

- 모든 부품을 연결하고 단락이 없는지 확인한 뒤 전지(기전력)를 연결하여라.

- 전류계는 민감하므로 전지 전류를 측정하려고 직접 연결해서는 안 된다. 내부 보호 장치인 퓨즈가 끊어져 전류를 측정할 수 없게 될 위험이 있다.

- 디지털 멀티미터가 요구된 물리량에 맞는 올바른 모드와 측정 범위로 설정되어 있는지 확인하여라.
- 측정이 끝나면 전지가 일찍 소모되지 않도록 전지를 분리하여라.

- 전위차계는 가운데 단자와 한쪽 끝 단자를 연결하면 가변 저항으로 작동한다. 반대쪽 단자는 연결하지 않아도 된다.

- 멀티미터는 저항계 또는 전류계로 작동하며, 작동할 수 있다. 적절한 측정 범위를 고르는 데 주의하여라.

B. 1	LED에 흐르는 전류와 광저항에서 측정한 저항값의 표를 작성하여라. 통계 분석에 적절한 수의 측정값을 얻어라.	**1.0점**

LED의 빛의 세기를 알려면 방출 전력이 필요하다. A.2의 그래프와 식 (2)로 LED 양단의 전압을 계산한 뒤 다음 관계로 전력을 구할 수 있다:

$$P = I\,V \;\rightarrow f(I) \qquad (4)$$

. 따라서 전력은 전류만의 함수로 나타낼 수 있다.

B. 2	LED의 측정 전류, 계산한 LED 양단 전압, 그 전류에서의 LED 방출 전력, 측정한 광저항의 저항값을 표로 작성하여라.	**2.0점**

B. 3	표 B.2를 이용하여 LED 전력과 광저항의 저항값 사이의 관계를 구하여라.	**2.0 점**

[1] Safa Kasap. Electrical Engineering Department. University of Saskatchewan. Canada.

[2] GL55 Series Photoresistor Datasheet. CdS Manual.

LED와 광저항의 특성 측정 (10점)

A. 1 LED에 흐르는 전류와 양단 전압의 표를 작성하여라. 통계 분석에 적절한 수의 측정값을 얻어라. **2.0점**

적색 LED	
I (mA)	V (Volts)
0.75	1.802
0.8	1.807
0.89	1.813
0.93	1.815
1.08	1.825
1.19	1.832
1.26	1.836
1.39	1.845
1.51	1.852
1.6	1.857
1.66	1.859
1.72	1.863
1.81	1.866
1.85	1.87
2.02	1.875
2.15	1.876
2.31	1.883
2.4	1.881
2.7	1.901
2.47	1.892
2.86	1.907
2.96	1.909
3.42	1.923
3.97	1.939
3.99	1.938
5.7	1.98

5.84	1.983
6.01	1.986
6.4	1.968

A. 2 식 2의 매개변수 V_0, V_1과 각각의 불확도를 구하여라. **3.0 점**

변수를 $I \rightarrow \ln I$로 바꾸고 다음 표를 작성한다:

적색 LED		
I [A]	**ln(I)**	**V [Volt]**
0.00075	-7.19544	1.802
0.0008	-7.1309	1.807
0.00089	-7.02429	1.813
0.00093	-6.98033	1.815
0.00108	-6.83079	1.825
0.00119	-6.7338	1.832
0.00126	-6.67664	1.836
0.00139	-6.57845	1.845
0.00151	-6.49565	1.852
0.0016	-6.43775	1.857
0.00166	-6.40094	1.859
0.00172	-6.36543	1.863
0.00181	-6.31443	1.866
0.00185	-6.29257	1.87
0.00202	-6.20466	1.875
0.00215	-6.14229	1.876
0.00231	-6.07051	1.883
0.0024	-6.03229	1.881
0.0027	-5.9145	1.901
0.00247	-6.00354	1.892
0.00286	-5.85693	1.907
0.00296	-5.82257	1.909

0.00342	-5.67811	1.923
0.00397	-5.52899	1.939
0.00399	-5.52396	1.938
0.0057	-5.16729	1.98
0.00584	-5.14302	1.983
0.00601	-5.11433	1.986

앞 표의 ln(I)와 전압 열을 통계 분석하면 다음과 같다:

회귀 통계량	
다중 상관계수 R	0.993233254
R 제곱	0.986512297
조정된 R 제곱	0.985993539
표준 오차	0.006182345
관측 수	28

	계수	*표준 오차*	*95% 하한*	*95% 상한*
절편	2.42441	0.01256	2.39859	2.45022
X 변수 1	0.08792	0.00202	0.08378	0.09207

따라서 구하려는 값들은 다음과 같다:

$$V_0 = 2.42441 \pm 0.01256$$

$$V_1 = 0.08792 \pm 0.00202$$

따라서 V_0와 V_1의 95% 신뢰 구간은 다음과 같다:

$$2.39859 \leq V_0 \leq 2.45022$$

$$0.08378 \leq V_1 \leq 0.09207$$

B. 1 LED에 흐르는 전류와 광저항에서 측정한 저항값의 표를 작성하여라. 통계 분석에 적절한 수의 측정값을 얻어라. **1.0점**

I [mA] (측정값)	저항 (측정값)
0.00020	103000.0
0.00023	101900.0
0.00025	101000.0
0.00030	99000.0
0.00032	98100.0
0.00035	96700.0
0.00041	94800.0
0.00044	93900.0
0.00053	91300.0
0.00064	89600.0
0.00071	87500.0
0.00076	84700.0
0.00083	84200.0
0.00102	80000.0

B. 2 LED의 측정 전류, 계산한 LED 양단 전압, 그 전류에서의 LED 방출 전력, 측정한 광저항의 저항값을 표로 작성하여라. **2.0점**

I [mA] (측정값)	전압 [V] (계산값)	전력 [mW] (계산값)	저항 (측정값)
0.00020	1.76741	0.00036	103000.0

0.00023	1.77776	0.00040	101900.0
0.00025	1.78561	0.00044	101000.0
0.00030	1.80219	0.00054	99000.0
0.00032	1.80821	0.00058	98100.0
0.00035	1.81616	0.00064	96700.0
0.00041	1.82911	0.00074	94800.0
0.00044	1.83726	0.00082	93900.0
0.00053	1.85246	0.00098	91300.0
0.00064	1.86942	0.00119	89600.0
0.00071	1.87865	0.00133	87500.0
0.00076	1.88506	0.00143	84700.0
0.00083	1.89265	0.00157	84200.0
0.00102	1.91104	0.00195	80000.0

B. 3 표 B.2를 이용하여 LED 전력과 광저항의 저항값 사이의 관계를 구하여라. **2.0 점**

적색 LED				
I [mA]	전압 [V]	전력 [mW]	저항	1/R
(측정값)	(계산값)	(계산값)	(측정값)	
0.00020	1.76741	0.00036	103000.0	9.709E-06
0.00023	1.77776	0.00040	101900.0	9.814E-06
0.00025	1.78561	0.00044	101000.0	9.901E-06
0.00030	1.80219	0.00054	99000.0	1.010E-05
0.00032	1.80821	0.00058	98100.0	1.019E-05
0.00035	1.81616	0.00064	96700.0	1.034E-05
0.00041	1.82911	0.00074	94800.0	1.055E-05
0.00044	1.83726	0.00082	93900.0	1.065E-05
0.00053	1.85246	0.00098	91300.0	1.095E-05
0.00064	1.86942	0.00119	89600.0	1.116E-05

0.00071	1.87865	0.00133	87500.0	1.143E-05
0.00076	1.88506	0.00143	84700.0	1.181E-05
0.00083	1.89265	0.00157	84200.0	1.188E-05
0.00102	1.91104	0.00195	80000.0	1.250E-05

이 표로부터 전력과 1/R 열의 통계 분석을 수행한다:

회귀 통계량	
다중 상관계수 R	0.996433
R 제곱	0.992879
조정된 R 제곱	0.992286
표준 오차	7.6E-08
관측 수	14

	계수	*표준 오차*	*하한 95%*	*상한 95%*
절편	9.17E-06	4.43E-08	9.08E-06	9.27E-06
X 변수 1	0.001741	4.26E-05	0.001648	0.001834

LED 전력은 $1/R$에 정비례하며, 즉 R에 반비례한다. 회귀 계수는 다음과 같다:

$$\frac{1}{R} = C_1 * I + C_0$$

값은 $C_1 = 0.00171$, $C_0 = 9.17 \times 10^{-6}$이다. 계산한 계수의 95% 신뢰 구간은 다음과 같다:

$$0.001648 \leq C_1 \leq 0.001834$$

$$9.08 \times 10^{-6} \leq C_0 \leq 9.27 \times 10^{-6}$$

$R^2 = 0.992879$로 보아 주어진 데이터에 적절하게 맞는다.