OPhO 초청 대회: 유체 역학

2022년 8월 1일

1 도입

유체 역학은 물리학과 공학에서 중요한 분야이며, 유체를 제대로 시뮬레이션하는 것은 로켓 공학, 비행기, 자동차, 심지어 에어컨용 배관 설계에까지 적용되는 까다로운 과제이다! 가장 널리 쓰이는 기법은 **전산 유체 역학(computational fluid dynamics, CFD)**으로, 나비에-스토크스 방정식을 수치적으로 푼다. 그러나 이는 설정하기가 매우 어렵고 매우 느리다.

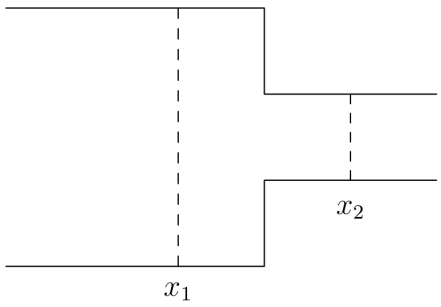
이 실험에서 우리는 격자 볼츠만(Lattice-Boltzmann) 알고리즘을 통해 2차원에서 유체를 시뮬레이션하는 매우 간단한 시뮬레이션 소프트웨어를 사용할 것이며(따라서 이는 CFD가 *아니다*), 여기에서 찾을 수 있다.

페이지의 설명을 시간을 들여 읽어 보라. **모든 설정을 기본값으로 유지하라.** 커서를 끌어서 다양한 종류의 장벽을 만들 수 있고, start를 클릭하면 시뮬레이션이 실행된다. 첫 번째 드롭다운 메뉴는 픽셀 수를 알려 준다. 해상도가 높을수록 결과가 더 정확해지지만, 컴퓨터에 더 부담이 되고 경계를 만들기가 더 어려워진다. 낮은 해상도에서 장벽을 그린 다음, 시뮬레이션은 높은 해상도에서 실행하기를 권장한다.

마지막 행에서 **Flowlines**와 **Sensor**를 체크하기를 권장한다. sensor를 켜면 화면에 커서가 나타나 끌어다 놓을 수 있으며, 밀도 ρ, 수평 속력 u_x, 연직 속력 u_y가 모두 표시된다. 어떤 이유로 시뮬레이션이 불안정하다면 **Data** 버튼을 체크할 수도 있는데, 이는 커서 위치의 데이터를 시간의 함수로 기록한다.

2 질량 흐름 보존 (15점)

먼저 격자 볼츠만 알고리즘의 이 구현이 질량 보존을 올바르게 시뮬레이션하는지 살펴볼 것이다.



1. 위 그림과 같이 갑자기 넓어지거나 좁아지는 관을 만들어라. 한 지점은 더 넓은 구간에, 다른 한 지점은 더 좁은 구간에 있도록 두 위치 x_1과 x_2를 고르라. 이 두 지점을 지나는 흐름 $\frac{dm}{dt}$를 계산하라. (10점)
2. 두 질량 흐름률은 서로 일치하는가? 그렇지 않다면 가능한 이유를 제시하라. (5점)

참고:

- 관의 모양과 치수는 자유롭게 고를 수 있으며, 완벽할 필요는 없다.

- 측정값은 불확도와 함께 보고하고, 그것을 어떻게 추정하거나 얻었는지 명확히 밝혀라! 계산 과정을 보일 필요는 없다.
- 경계와 매개변수의 스크린샷을 제공하라.

3 벽 법칙 (25점)

벽 법칙(Law of the Wall)은 어떤 지점에서 난류 흐름의 평균 속도와 벽(또는 유체 경계)까지의 거리 사이의 경험적 관계를 제공한다. 즉,

$$u_x = \frac{u_T}{\kappa} \ln\left(\frac{\rho u_T}{\mu} y\right) + C,$$

여기서

- u_x는 벽에 평행한 속도 성분
- u_T는 전단 속도로 $u_T = \sqrt{\tau_W / \rho}$로 정의됨
- ρ는 밀도
- μ는 점성도(구체적으로 동역학 점성도, dynamic viscosity)
- κ, C는 상수

$\tau_w = \mu \left.\frac{\partial u_x}{\partial y}\right|_{y=0}$는 벽 전단 응력임에 유의하라.

연구에 따르면 κ는 0.35에서 0.42 사이의 값을 갖는다. 벽을 직선으로 모형화하여 다음 물음에 답하라:

1. u_x와 y 사이의 관계는 로그 관계인가? (10점)
2. κ와 C의 값은 얼마인가? (10점)
3. κ의 값이 실험과 일치하는가? 일치하지 않는다면 가능한 이유를 제시하라. (5점)

그래프를 추가하기를 권장한다.

참고:

- 경계의 길이와 방향은 자유롭게 고를 수 있다.
- 측정값은 불확도와 함께 보고하고, 그것을 어떻게 추정하거나 얻었는지 명확히 밝혀라! 계산 과정을 보일 필요는 없다.
- 경계와 매개변수의 스크린샷을 제공하라.